Telesá

Príklady:

1) Vypočítajte objem a povrch pravidelného štvorbokého ihlana ak $a = 10$ cm s uhol $\alpha|\angle ACV| = 70°$

2) Kváder má rozmery $a = 4$ cm, $b = 3$ cm, $c = 5$ cm. Vypočítajte uhol α medzi podstavovou a telesovou uhlopriečkou.

3) Vypočítajte objem ihlana, ktorého bočná hrana dĺžky 5 cm zviera so štvorcovou podstavou uhol $\alpha = 60°$. (Uhol α je uhol medzi hranou a uhlopriečkou podstavy.)

4) Podstava kolmého trojbokého hranola je pravouhlý trojuholník s odvesnami $a = 9$ cm, $b = 12$ cm. Výška hranola je dvojnásobok prepony pravouhlej podstavy hranola. Vypočítajte objem a povrch hranola.

5) Objem zrezaného kužeľa je $V = 38\,000\pi$ cm^3. Polomer dolnej podstavy je o 10 cm väčší, ako polomer hornej podstavy. Určite polomery podstáv, ak $v = 60$ cm.

6) Kocka je vpísaná do gule s polomerom $r = 6$ cm. Koľko percent tvorí objem kocky z objemu gule?

7) Guľový odsek s výškou $v = 5$ cm, má objem $V = 850$ cm^3. Určite polomer pôvodnej gule r.

8) Výška guľového vrchlíka sa rovná tretine polomeru gule. V akom pomere je povrch gule k obsahu vrchlíka?

9) Pravouhlý trojuholník s odvesnami $a = 3$ cm, $b = 4$ cm rotuje okolo dlhšej odvesny. Vypočítajte objem a povrch takto vzniknutého kužeľa.

10) Rovnostranný valec ($v = 2r$) má objem $V = 250$ cm^3. Vypočítajte povrch tohto telesa.

Telesá

Riešenie

1) Vypočítajte objem a povrch pravidelného štvorbokého ihlana ak a = 10 cm s uhol $\alpha|\angle ACV| = 70°$

$V = S_p \cdot v$
$V = 1/3 \cdot a^2 \cdot (\text{tg}\ \alpha \cdot u)/2$
$V = 1/3 \cdot a^2 \cdot (\text{tg}\ 70° \cdot \sqrt{2} \cdot 10)/2$
$V = 100/3 \cdot (2{,}75 \cdot \sqrt{2} \cdot 10)/2$
$V = (137{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot 10)/3$
$V = 648{,}18\ cm^3$

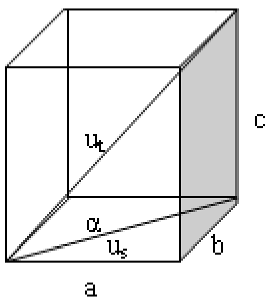
$\underline{\Delta ACV:}$
$\text{tg}\ \alpha = v / (u/2)$
$\text{tg}\ \alpha = 2v/u$
$v = (\text{tg}\ \alpha \cdot u) / 2$

$u = \sqrt{2} \cdot a \qquad u = \sqrt{2} \cdot 10$

$\underline{\Delta PSV:}$
$v_a = \sqrt{a^2/4 + v}$
$v_a = 25 + (100 \cdot \sqrt{2} \cdot 10) / 2$
$v_a = \sqrt{25 + 380/2}$
$v_a = 6{,}67\ cm$

$S = a^2 + 4 \cdot (a \cdot v_a)/2$
$S = 10^2 + 4 \cdot (10 \cdot 6{,}67)/2$
$S = 100 + 133{,}4$
$S = 233{,}4\ cm^2$

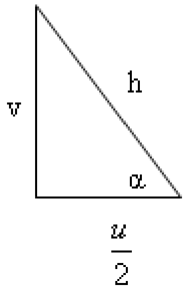
2) Kváder má rozmery a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm. Vypočítajte uhol α medzi podstavovou a telesovou uhlopriečkou.



$u_s = \sqrt{a^2 + b^2}$
$u_s = \sqrt{4^2 + 3^2}$
$u_s = \sqrt{25}$
$u_s = 5cm$

$\text{tg}\alpha = \frac{c}{u_s}$
$\text{tg}\alpha = \frac{5}{5}$
$\text{tg}\ \alpha = 1$
$\alpha = 45^0$

3) Vypočítajte objem ihlana, ktorého bočná hrana dĺžky 5 cm zviera so štvorcovou podstavou uhol $\alpha = 60°$. (Uhol α je uhol medzi hranou a uhlopriečkou podstavy.)



$$h = 5cm, \alpha = 60^0$$

$$a)\ \sin\alpha = \frac{v}{h}$$

$$v = h.\sin\alpha$$

$$v = 5.\sin 60^0$$

$$v = 5.0{,}866$$

$$v = 4{,}33cm$$

$$b)\ \cos\alpha = \frac{\frac{u}{2}}{h}$$

$$u = 2.h.\cos\alpha$$

$$u = 2.5.\cos 60^0$$

$$u = 5cm$$

$$c)\ V = \frac{1}{3}\cdot S_p.v$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot\frac{u^2}{2}\cdot v$$

$$V = \frac{5^2.4{,}33}{6}$$

$$V = 18{,}04cm^3$$

4) Podstava kolmého trojbokého hranola je pravouhlý trojuholník s odvesnami a = 9 cm, b = 12 cm. Výška hranola je dvojnásobok prepony pravouhlej podstavy hranola. Vypočítajte objem a povrch hranola.

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c = \sqrt{9^2 + 12^2}$$
$$c = \sqrt{225}$$
$$c = 15cm$$

$$v = 2c$$
$$v = 30cm$$

$$V = P.v$$
$$V = \frac{a.b}{2}.v$$
$$V = \frac{9.12}{2}.30$$
$$V = 1620cm^3$$

$$S = 2.\frac{a.b}{2} + v(a+b+c)$$
$$S = 9.12 + 30(9+12+15)$$
$$S = 1188cm^2$$

5) Objem zrezaného kužeľa je V = 38 000π cm^3. Polomer dolnej podstavy je o 10 cm väčší, ako polomer hornej podstavy. Určite polomery podstáv, ak v = 60 cm.

$$r = x, \quad R = x + 10$$
$$S = \frac{\pi v}{3}\left(R^2 + R.r + r^2\right) / : \pi$$
$$38000 = \frac{60}{3}\left[(x+10)^2 + (x+10)x + x^2\right]$$
$$38000 = 20\left[x^2 + 20x + 100 + x^2 + 10x + x^2\right] / : 20$$
$$1900 = 3x^2 + 30x + 100$$
$$3x^2 + 30x - 1800 = 0 / : 3$$
$$x^2 + 10x - 600 = 0$$
$$(x-20)(x+30) = 0$$
$$x_1 = 20$$
$$x_2 = -30 \textit{ nevyhovuje}$$

$$r = x = 20cm$$
$$R = x + 10 = 20 + 10 = 30cm$$

Telesá

6) Kocka je vpísaná do gule s polomerom r = 6 cm. Koľko percent tvorí objem kocky z objemu gule?

a) Guľa: r = 6 cm

$$V = \frac{4}{3}\pi . r^3$$

$$V = \frac{4}{3.} 3{,}14 . 6^3 = 904{,}32 cm^3$$

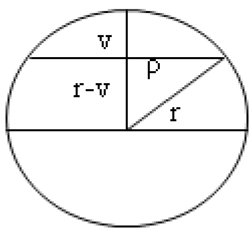
b) Kocka: u_t = 2r =12 cm

$$a = \frac{u_t}{\sqrt{3}}$$

$$V^{\bullet} = \left(\frac{u_t}{\sqrt{3}}\right)^3 = 6{,}936^3 = 333{,}73 cm^3$$

Počet percent: 333,73 : 9,0432 = 36,9 %
Objem kocky je 36,9 % objemu gule.

7) Guľový odsek s výškou v = 5 cm, má objem V = 850 cm^3. Určite polomer pôvodnej gule r.



$$\rho^2 = r^2 - (r - v)^2$$
$$\rho^2 = r^2 - (r - 5)^2$$
$$\rho^2 = r^2 - r^2 + 10r - 25$$
$$\rho^2 = 10r - 25$$

$$V = \frac{\pi . v}{6}\left[3\rho^2 + v^2\right]$$
$$V = \frac{3{,}14.5}{3}\left[3.(10r - 25) + 5^2\right]$$
$$850 = 2{,}61666\left[30r - 75 + 25\right]$$
$$324{,}8416 = 30r - 50$$
$$30r = 374{,}8412$$
$$r = 12{,}49 cm$$

Telesá

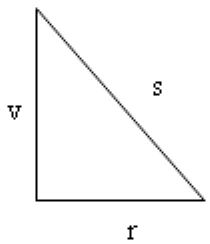
8) Výška guľového vrchlíka sa rovná tretine polomeru gule. V akom pomere je povrch gule k obsahu vrchlíka?

$$Gulu:...S_g = 4\pi.r^2$$

$$Gu\text{ľ}ov\acute{y}...vrchl\acute{\i}k..\ S_V = 2\pi.r.v = 2\pi.r\cdot\frac{r}{3} = \frac{2}{3}\pi\cdot r^2$$

$$\frac{S_g}{S_V} = \frac{4\pi.r^2}{\frac{2}{3}\pi.r^2} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = \frac{12}{2} = 12:2 = 6:1$$

9) Pravouhlý trojuholník s odvesnami a = 3 cm, b = 4 cm rotuje okolo dlhšej odvesny. Vypočítajte objem a povrch takto vzniknutého kužeľa.



$$v = b = 4cm,\ r = a = 3cm$$
$$s = \sqrt{v^2 + r^2}$$
$$s = \sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$s = \sqrt{25}$$
$$s = 5cm$$

$$V = \frac{\pi.r^2 v}{3}$$
$$V = \frac{3{,}14.3^2.4}{3}$$
$$V = 37{,}68cm^3$$

$$S = \pi.r.(r+s)$$
$$S = 3{,}14.3.(3+5)$$
$$S = 75{,}36cm^2$$

10) Rovnostranný valec (v = 2r) má objem V = 250 cm^3. Vypočítajte povrch tohto telesa.

$$V = \pi.r^2.v$$
$$V = \pi.r^2.2r$$
$$V = 2\pi.r^3$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{250}{6{,}28}}$$
$$r = \sqrt[3]{39{,}81}$$
$$r = 3{,}41cm$$

$$S = 2\pi.r^2 + 2\pi r.v$$
$$S = 2\pi.r^2 + 2\pi.r.2r$$
$$S = 2\pi.r^2 + 4\pi.r^2$$
$$S = 6\pi.r^2$$
$$S = 6.3{,}14.3{,}41^2$$
$$S = 219cm^2$$

Telesá

Objem a povrch telies - I

3) Kváder má rozmery a = 4 cm, b = 3 cm, c = 5 cm. Vypočítajte uhol α medzi podstavovou a telesovou uhlopriečkou.

4) Objem zrezaného kužeľa je V = 38 000π cm^3. Polomer dolnej podstavy je o 10 cm väčší, ako polomer hornej podstavy. Určite polomery podstáv, ak v = 60 cm.

5) Kocka je vpísaná do gule s polomerom r = 6 cm. Koľko percent tvorí objem kocky z objemu gule?

Objem a povrch telies - II

1) Vypočítajte objem a povrch pravidelného štvorbokého ihlana ak a = 10 cm s uhol α|<ACV| = 70°

2) Guľový odsek s výškou v = 5 cm, má objem V = 850 cm^3. Určite polomer pôvodnej gule r.

3) Rovnostranný valec (v = 2r) má objem V = 250 cm^3. Vypočítajte povrch tohto telesa.

Objem a povrch telies - III

1) Podstava kolmého trojbokého hranola je pravouhlý trojuholník s odvesnami a = 9 cm, b = 12 cm. Výška hranola je dvojnásobok prepony pravouhlej podstavy hranola. Vypočítajte objem a povrch hranola.

2) Výška guľového vrchlíka sa rovná tretine polomeru gule. V akom pomere je povrch gule k obsahu vrchlíka?

3) Pravouhlý trojuholník s odvesnami a = 3 cm, b = 4 cm rotuje okolo dlhšej odvesny. Vypočítajte objem a povrch takto vzniknutého kužeľa.

Riešenie vypracujte na listy formátu A4.
Každý list označte svojim menom a priezviskom, uveďte číslo série a číslo príkladu.
V riešení uveďte svoj myšlienkový postup, dokladujte náčrtmi, obrázkami, podrobne vysvetlite ako ste uvažovali.
Hodnotí sa správnosť , presnosť, dodržanie termínu odovzdania aj estetická úprava vypracovanej úlohy.
Termín: 1.6.2017 do 11,25 hod ☺
Prajem Vám príjemnú prácu! Mgr. Zuzana Baranová